

Am 28.10. liegt der berechnete Punkt in Deutschland nördlich des Ammergebirges, er kommt also nicht in Betracht. Am 29. 10. liegt der berechnete Punkt in Österreich, in den Ötztaler Alpen etwas östlich des Gipfels der Hohen Geige. Der dritte der berechneten Punkte liegt in Italien südlich von Malè, sodass wir folgende endgültige Antwort auf unsere Aufgabe gefunden haben:

Am **29.10.2009** hätte man am Gipfel der **Hohen Geige** in den Ötztaler Alpen

(3393m, $\lambda = 10,91^\circ\text{E}$, $\varphi = 47,00^\circ\text{N}$) um 12h MEZ an einer mitgebrachten Sonnenuhr die Ablesungen $\text{WOZ} = 12\text{h}$, $\text{BZ} = 5\text{h}$ und $\text{IZ} = 19\text{h}$ vornehmen können.

Ungewöhnliche Hutsonnenuhren

Helmut Sonderegger, Feldkirch

Schon vor einiger Zeit wurden im Rundschreiben Nr.37 Sonnenuhren auf Zylindern behandelt. Dabei ging es auch um „azimutale Höhensonnenuhren“, also um Sonnenuhren, bei denen Sonnenhöhe und Sonnenazimut beobachtet wird, um daraus die Zeit zu bestimmen. Beispiele dafür sind die eher seltenen Hutsonnenuhren und jene Sonnenuhren, die statt eines starr mit dem Zylinder verbundenen Ringes (Hut) einen drehbaren Zeiger besitzen. Im Artikel dort sind auch Bilder dieser verschiedenen Formen gezeigt.

Diesmal soll zunächst kurz von einer frühen europäischen Beschreibung der Hutsonnenuhren berichtet werden. Anknüpfend daran gehen wir auf eine Weiterentwicklung dieser Sonnenuhrenart ein, die in der Folge zur wohl größten Sonnenuhr auf einem Bauwerk geführt hat.

Eine frühe europäische Beschreibung

Athanasius Kircher beschreibt 1646 in seinem Buch „Ars magna lucis et umbrae...“ neben vielen anderen Sonnenuhren auch Hutsonnenuhren. Er geht dabei von recht verschiedenartigen Körpern wie Zylinder, Kugel, Kegel, aus. Auf der zentralen Achse dieser Körper ist ein horizontal drehbarer Zeiger angebracht. Wenn der Zeiger genau in Richtung der Sonne gedreht wird, so markiert die Schattenspitze des Zeigers auf der Oberfläche des Körpers einen

Punkt, aus dem sich die Uhrzeit und auch das Datum ergeben. In der Bildtafel zu Kirchers Ausführungen¹ ab S. 499 ist in „fig. 1“ bis „fig 5“ dargestellt, wie man auf dem Körper die Orte bestimmen kann, welche die gleiche Sonnenhöhe anzeigen, und es sind auch die Azimutlinien (Orte gleicher Himmelsrichtung) erkennbar (Abb. 1). Auf dem Zylinder ganz links und auf dem Prisma daneben sind es vertikale parallele Linien, auf der Kugel die „Längengrade“.

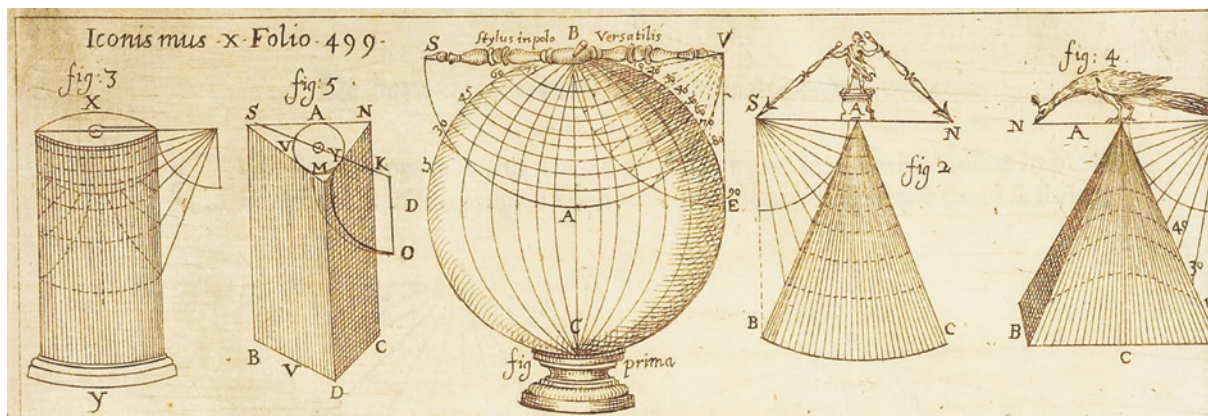


Abb. 1: Athanasius Kircher: azimutale Höhensonnenuhren

Wenn man nun für jede einzelne Stunde die Werte für die Sonnenhöhe und Sonnenazimut aus damals schon vorhandenen Jahrestabellen entnimmt und auf den Körper überträgt, erhält man die Stundenlinien. Im Text dazu beschreibt Kircher das alles recht genau, und er schreibt auch, dass man zur Zeitablesung das Objekt richtig aufstellen² und dann den drehbaren Zeiger, den „stylus in polo versatilis“, genau auf die Sonne hin ausrichten muss.

In den Figuren darunter (Abb. 2, fig. 6 bis fig. 9) modifiziert er diese Sonnenuhren zu Hutsonnenuhren. Er ersetzt den drehbaren Zeiger durch eine konzen-

trische Scheibe mit gleicher Dimension. Besonders bemerkenswert dabei ist, dass Kircher im Text dazu fordert, dass die radialen und vertikalen Linien auf der abgebildeten Scheibe Vertiefungen sein sollen, und diese Einkerbungen durch einen Draht oder dünnen Stab erzeugt werden könnten. Jene senkrechten Vertiefungen, die fast genau der Sonne zugewandt sind, ergeben im Schatten kleine vertikale Lichtstreifen, mit deren Hilfe der Ablesepunkt besonders genau bestimmt werden kann. Diese Lichtstreifen verlaufen nämlich nur im Ablesepunkt genau lotrecht (Ausnahme fig. 8) und fallen mit der betreffenden Azimutlinie zusammen.

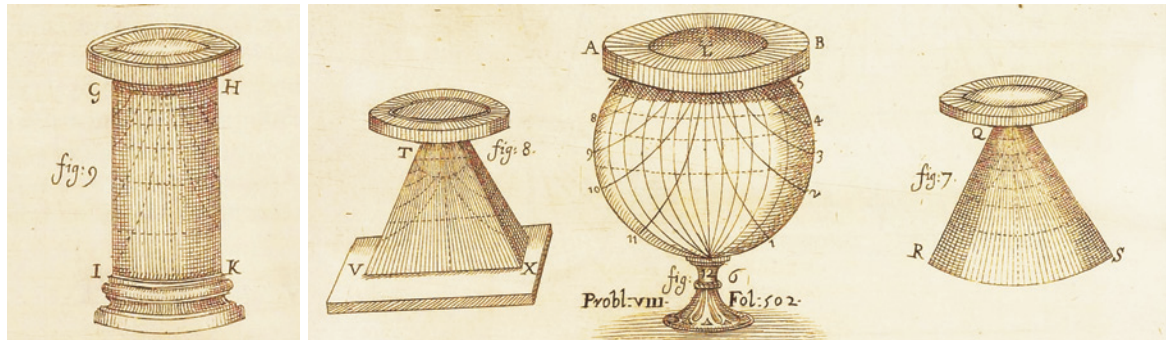


Abb. 2: Athanasius Kircher: Hutsonnenuhren als Weiterentwicklung von Abb. 1

Mit den von Kircher gewünschten Eintiefungen im Hutrand wird eine genauere Zeitablesung möglich. Wenn nämlich der schattenwerfende Rand glatt ist, dann ist die Zeitablesung bei niedrigem Sonnen-

stand sehr schwierig, weil der Schattenverlauf im Ablesebereich nur wenig gekrümmt ist und der am höchsten gelegene Schattenpunkt nur sehr schwer zu erkennen ist.



Abb.3: Eine sehr frühe Hutsonnenuhr ???

Athanasius Kirchers Beschreibung der Hutsonnenuhren dürfte die früheste europäische Beschreibung derartiger Sonnenuhren sein. Nicola Severino hat zwar in einer Handschrift ein Bild einer Sonnenuhr entdeckt, das sehr einer Hutsonnenuhr gleicht und viel früher ist. Zwar ist deutlich eine Art Hut erkennbar. Die Stundenlinien passen aber überhaupt nicht dazu. Es sind Stundenlinien einer Säulchensonnenuhr (Hirtensonnenuhr). Es erscheint also höchst unwahrscheinlich, dass hier eine Hutsonnenuhr dargestellt werden sollte. Das Bild stammt nach Severino aus einem (wissenschaftlichen) Buch, in dem diese Handschrift³ erwähnt ist.

Eine Variante der Hutsonnenuhr

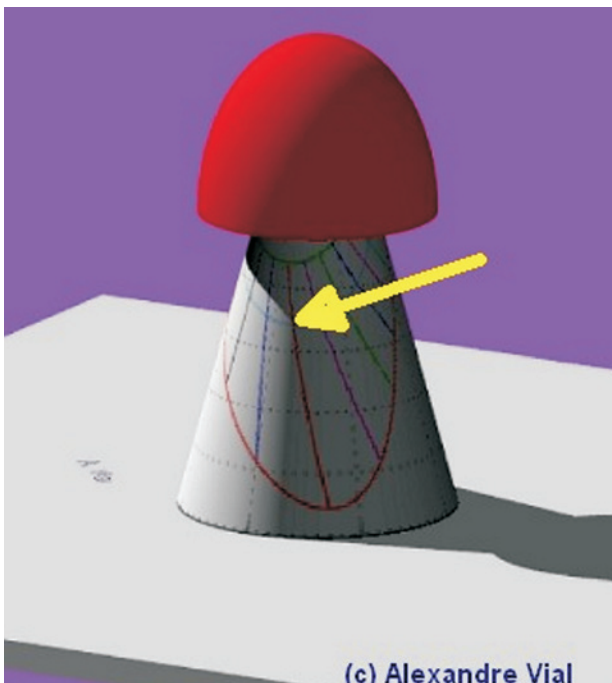


Abb.4: „Champignon-Sonnenuhr“ von A. Vial

Eine Variante der Hutsonnenuhr, die in den letzten Jahren entstanden, ist die „Champignon-Sonnenuhr“ von Alexandre Vial (Abb. 4). Es ist eine Hutsonnenuhr auf einer Kegeloberfläche. Das hat zwar Kircher auch schon vorgeschlagen. Aber Vial hat die sonst übliche Zeitablesung abgeändert: Ablesepunkt ist nämlich jene Stelle, wo der Hutschatten in den Eigenschatten der Kegeloberfläche eintritt. Der Pfeil in Abb. 4 markiert den Ort. Im Bild liegt die Ablesestelle auf der Äquinoktiallinie, und es ist 12 Uhr WOZ. Man beachte, dass bei dieser Konstruktionsart die 12-Uhr-Linie nicht senkrecht, sondern schräg nach unten verläuft, also nicht mit der sichtbaren Grenze des Eigenschattens zusammenfällt! Der Vorteil dieser Champignon-Sonnenuhr liegt darin, dass trotz glattem Hutrand die Ablesestelle immer gut erkannt werden kann.

Die Berechnung der Stundenlinien und Datumslinien ist übrigens auf Hutsonnenuhren nicht allzu schwierig. Für Zylinderflächen wurde dies bereits in einem früheren Rundschreiben behandelt.⁴ Für die anderen Körper sind die Berechnungen in ähnlicher Weise möglich. Bei Sonnenuhren wie der Champignon-Sonnenuhr wird der Aufwand etwas größer.⁵

¹ Abb. 1 und 2 aus <http://diglib.hab.de/drucke/94-2-quod-2f/start.htm> auf p. 00574. Das gesamte Buch von A. Kircher kann dort auch als pdf-Version der Herzog August Bibliothek Wolfenbüttel heruntergeladen werden.

² "...situatoque globo, ita ut circulus BAC meridiano tuae regionis congruat ..." (Kircher, S. 500).

³ "Astronomo con alcuni strumenti" in L'Image du monde di Gautier de Metz, manuscript Ashb 114, c. 1r, aus dem 14. Jh. Biblioteca Medicea Laurenziana di Firenze.

⁴ Siehe: Sonderegger, H.: Sonnenuhren auf Zylinderoberflächen. In: Rundschreiben Nr. 37/2009, S. 3 ff.

⁵ Berechnung in: Vial, Alexandre: Cadran à chapeau à tronc conique. In Cadran Info Nr. 23, S. 124 ff.

Ein ungewöhnlicher neuer Sonnenuhrtyp



Abb. 5: Die Staumauer von Castillon: $\varphi = 43^\circ 52' 40''$ N, $\lambda = 6^\circ 32' 15''$ Ost. © Savoie/EDF

Anlässlich des astronomischen Jahres 2009 wurde auf der großen Staumauer von Castillon in Südfrankreich (geogr. Breite $\varphi = 43^\circ 52' 40''$ N, geogr. Länge $\lambda = 6^\circ 32' 15''$ Ost) eine riesige Sonnenuhr errichtet. Denis Savoie, der Leiter der französischen Sonnenuhrgenruppe in der SAF und sein Jugendfreund Roland Lehoucq, ein Astrophysiker, hatten diese zunächst etwas verrückt anmutende Idee. Es sollte die weltweit größte Sonnenuhr (auf einer aufragenden Wand) sein. Und sie setzten die Idee auch um! Sie führten alle hierzu nötigen Vorstudien und Berechnungen durch. Gérard Baillet erstellte dazu mit dem frei verfügbaren Programm POV-Ray auf dem PC 3D-Modelle, mit denen die Berechnungen einerseits überprüft und andererseits in anschaulicher 3D-Darstellung betrachtet werden konnten.

Zur Erläuterung des Konstruktionsprinzips wollen wir zunächst einen nach Süden hin offenen Halbzylinder betrachten, der statt eines „Hutes“ eine auf der Innenseite verlaufende horizontale Balustrade, also eine Art Balkon, besitzt.

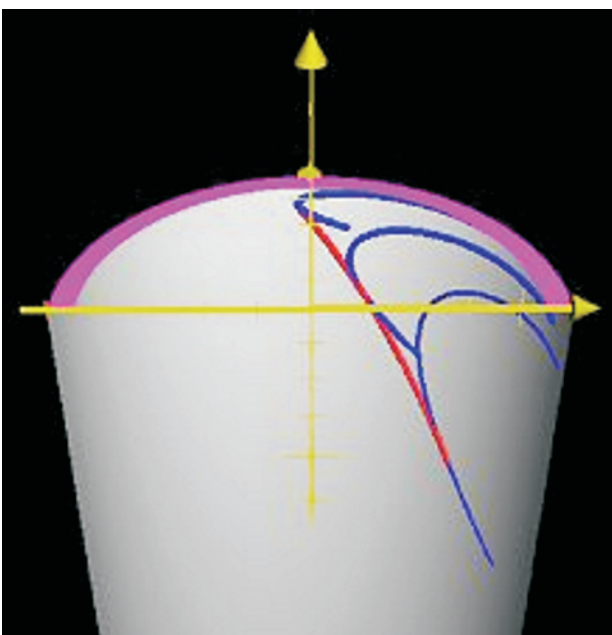


Abb. 6 : Nach Süden offener vertikaler Halbzylinder mit einer Balustrade (rosa). Blau die Schattenlinien um 15 Uhr WOZ an den Äquinoktien und an den beiden Sonnenwenden. © G. Baillet.

Denis Savoie untersuchte dazu die Schattengrenzen auf solchen Halbzylindern (und auch auf anderen Körpern) und Gérard Baillet erstellte für diese Konstruktionen die digitalen 3D-Modelle (s. Abb. 6).

Die Form der bei Besonnung der Staumauer entstehenden Schattengrenzen hängt neben dem Sonnenstand im Jahresverlauf natürlich auch von der Wölbung des Zylinders und der Breite der Balustrade ab. Abbildung 6 zeigt blau drei Schattenlinien. Es sind die Schattenlinien für 15 Uhr zu den beiden Sonnenwenden und den Äquinoktien. Die Schattenlinien für die anderen Tage fehlen hier, aber man erkennt bereits so, dass ihre Form innerhalb eines weiten Bereiches schwankt.

Die bei Hutsonnenuhren übliche Methode für die Konstruktion und Zeitablesung, nämlich jeweils den höchst gelegenen Schattenpunkt zu betrachten oder gar einen riesigen Schattenstab zu verwenden, kam für das Staudammprojekt aus mehreren Gründen nicht in Frage. Die völlig neue Idee war es nun, ob man nicht für jede Stundenlinie eine Kurve konstruieren oder berechnen könne, die um diese Uhrzeit ganzjährig jede der vorkommenden Schattenlinien wenigstens in einem Punkt berührt. In der Mathematik wird eine solche Kurve, die eine größere oder kleinere Anzahl von Kurven (hier in der Abb. 6 die blauen Schattenkurven) berührt, Enveloppe oder auch „Einhüllende“ genannt. Diese Einhüllende der blauen Schattenlinien ist in Abb. 6 rot gezeichnet. Als Stundenlinie wird sie in dieser Modelldarstellung von allen 15-Uhr-Schattenlinien berührt. Wir wollen dies an einem etwas abgeänderten Beispiel von Gérard Baillet genauer betrachten.

Gérard Baillet hat nämlich aus einem oben offenen transparenten Zylinder, einer Art Trinkbecher, eine Sonnenuhr dieser Art hergestellt (Abb. 7). Die der Sonne zugewandte Zylinder-Oberkante erzeugt einen Schatten auf der gegenüberliegenden Innenseite. In der Abbildung wird die teilweise abgeschattete und transparente Innenseite von außen betrachtet. Die Oberkante des Zylinders ist der Schattenzeiger und entspricht einer ganz schmalen Balustrade.

Im Bild erkennt man, dass die blau gezeichnete Linie für 10 Uhr die sichtbare Schattengrenze berührt. Je-ne Schattenlinien, die an anderen Tagen um 10 Uhr zu beobachten sind, haben zwar keineswegs immer die gleichen Schattengrenzen, aber immer berühren sie die blaue 10-Uhr-Linie. Die gezeichnete 10-Uhr-Stundenlinie ist also die Einhüllende aller Schattenlinien. Das im Bild unten eingeblendete 3D-Modell zeigt als Erläuterung für die gleiche Uhrzeit drei verschiedene Schattenlinien und dazu als dunkle Linie ihre Einhüllende.

Die Stundenlinien in Abb. 7 sind für den Vormittag blau und für den Nachmittag rot gezeichnet. Es sei aber nochmals darauf hingewiesen, dass diese Stundenlinien keine Schattenlinien sind, sondern Linien, die zu dieser Uhrzeit von einer Schattenlinie berührt werden. Außerdem muss die Sonnenuhr immer ge-

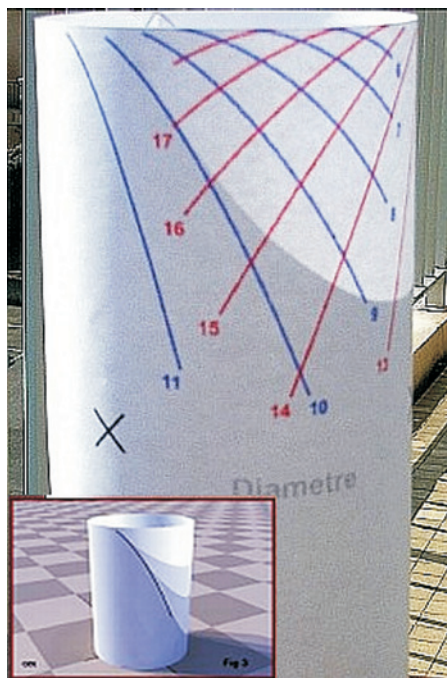


Abb. 7: Becher-Sonnenuhr. © G. Baillet

nau nach Süden ausgerichtet sein. Die Zeitablesung besteht in der Beobachtung, welche der Stundenlinien vom Schatten gerade berührt wird. Zeiten zwischen den vollen Stunden sind abzuschätzen.

Baillet schreibt, dass für derartige Sonnenuhren und ganz besonders auch für die Stauwehr eigentlich drei Fragen zu beantworten waren: a) Gibt es für jede Stunde eine Kurve, die für alle Schattenkurven des Jahres eine Einhüllende ist? b) Ist diese Einhüllende eine brauchbare Stundenlinie? c) Wie kann man eine solche Stundenlinie konstruieren?

Es ergab sich, dass man die ersten zwei Fragen bejahen konnte. Wir wollen hier der dritten Frage nachgehen, wie denn die Sonnenuhrfreunde aus Frankreich, diese kompliziert anmutenden Einhüllenden konstruiert haben. Das von ihnen gewählte Konstruktionsverfahren ist zwar in Worten etwas schwierig zu formulieren, aber letztlich faszinierend einfach. Ein Bravo dem/den Gnomonisten!

Wenn man die Sonnenstrahlen betrachtet, die zu einer bestimmten Uhrzeit auf einen Polstab fallen, so bilden sie zusammen mit dem Polstab eine Ebene - die Stundenebene. Auch an allen anderen Tagen des Jahres, aber zu gleichen Stunden, liegen die auf den Polstab einfallenden Sonnenstrahlen in dieser gleichen Ebene. In Abb. 8 sind zwei solcher Stundenebenen angedeutet, und zwar blau für die Stundenebene für 12 Uhr und rot für 17 Uhr. Mit der Verschiebung des Polstabes verschieben sich selbstverständlich auch die entsprechenden Stundenebenen. Die Sonnenuhr mit Polstab und auch die Stundenebenen dürfen also parallel verschoben werden.

Wenn man eine solche Stundenebene im Bereich des Zylinders von Abb. 6 verschiebt, so wird sie in den meisten Lagen die Zylinderoberkante an 2 Stellen schneiden. – Man kann der eigenen räumlichen Vorstellung etwas nachhelfen, wenn man das mit ei-

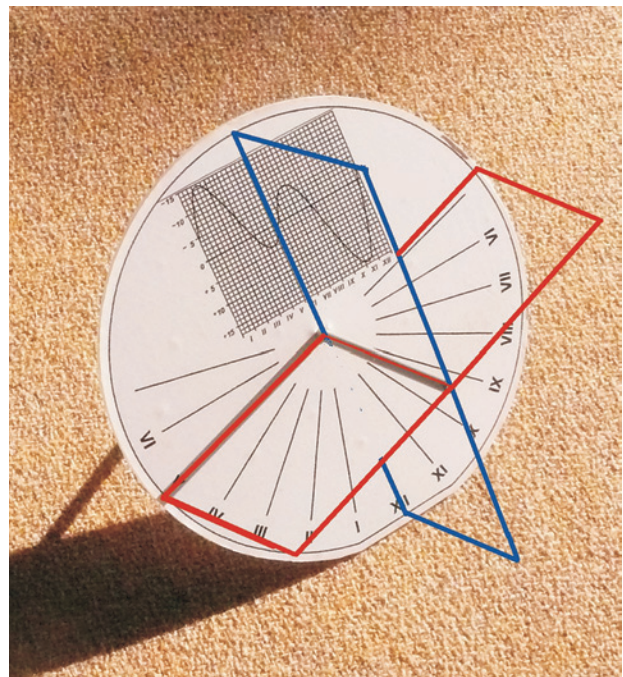


Abb. 8: Jede Stundenebene enthält den Polstab und ihre Stundenlinie (blau für 12 Uhr, rot für 17 Uhr).

nem Kartonstück als Teil der Stundenebene und einem Wasserglas, also einem oben offenen Zylinder, ausprobiert. - Es gibt aber eine Stelle, an der diese Stundenebene den Zylinder nur noch in einem einzigen Punkt der Oberkante berührt. An der Oberkante genau gegenüber berührt eine dorthin verschobene Stundenebene die Oberkante ebenso nur in einem einzigen Punkt, schneidet aber auch die Zylinderoberfläche darunter. Das bedeutet, dass es an diesem Punkt also ganzjährig Sonnenstrahlen gibt, die genau um diese Uhrzeit hier an der Oberkante vorbeistreichen und damit Teil der Schattenlinie sind.

Man könnte sagen, dass dieser Punkt an der Oberkante so zu einem winzigen Polstab für diese Stundenebene wird und die Sonnenstrahlen durch diesen Punkt auf der Zylinderoberfläche die Stundenlinie anzeigen. Etwas anders formuliert: Der Schnitt einer gegebenen Stundenebene, welche die Oberkante des Zylinders berührt, mit der Zylinderfläche ergibt die zugehörige Stundenlinie und ist auch die Einhüllende aller Schattenlinien zu dieser Uhrzeit.

Dieses ebene dargestellte Prinzip gilt nicht nur für Zylinderoberflächen, sondern es lässt sich auch auf viele andere Flächen mit offener Oberkante oder mit Balustrade ausweiten. Und genau dies ist auch die Lösung für die riesige Sonnenuhr auf dem Staudamm von Castillon! Die äußere Mauerfläche wurde dazu mit Laser-Abtastung genau erfasst. Im Großen und Ganzen ergaben sich Teile von Zylinder- und Kegeloberflächen. Die über die Stauwehr hinaus verbreiterte Dammkrone entspricht der schattengebenden Balustrade von Abb. 6. Man musste also zuerst einmal für jede Uhrzeit alle Schattenkurven betrachten und sich fragen, ob es für alle diese Schattenkurven eine Einhüllende gibt, die als Stundenlinie geeignet ist. Gérard Baillet prüfte dies, indem er mit POV-RAY ein mit den Mauerdaten übereinstimmen-

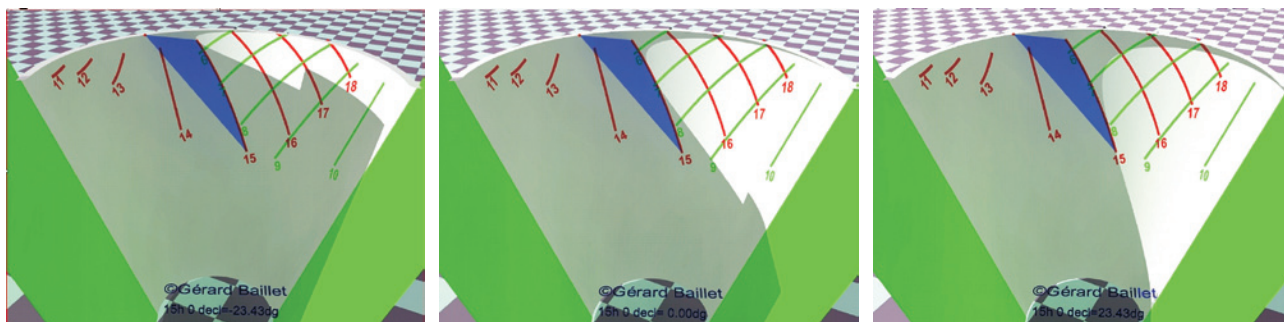


Abb. 9: In diesen drei Modelldarstellungen sind die 15-Uhr-Schattenlinien für Wintersonnenwende, Äquinoktien und Sommersonnenwende gezeichnet. Alle berühren die mit einem blauen dreieckigen Bereich hervorgehobene Stundenlinie für 15 Uhr. © G. Baillet

des 3D-Modell der Staumauer erstellt. Sein Modell bestätigt, dass man solche Einhüllende Kurven konstruieren kann und dass diese als Stundenlinien geeignet sind. Außerdem ergab sich so auch eine Übereinstimmung mit den theoretischen Berechnungen von Savoie und Lehoucq, was wiederum als Bestätigung für die Richtigkeit der Berechnungen gelten konnte.

Für die Markierung der einzelnen Stunden musste zunächst möglichst präzise der Verlauf der Balustrade und ihr Querschnitt bekannt sein, denn es galt jenen „Punkt“ der Balustrade zu finden, an dem die zugehörige Stundenebene die Kante der Balustrade berührt aber nicht schneidet.

Das Fantastische bei diesem Verfahren ist es nun, dass man von dieser einen Stelle aus die Stundenlinie in ihrer gesamten Länge einmessen kann. Im Schema von Abb. 10 ist die Stundenebene rot eingezeichnet und links auf der Mauerkrone der Punkt,

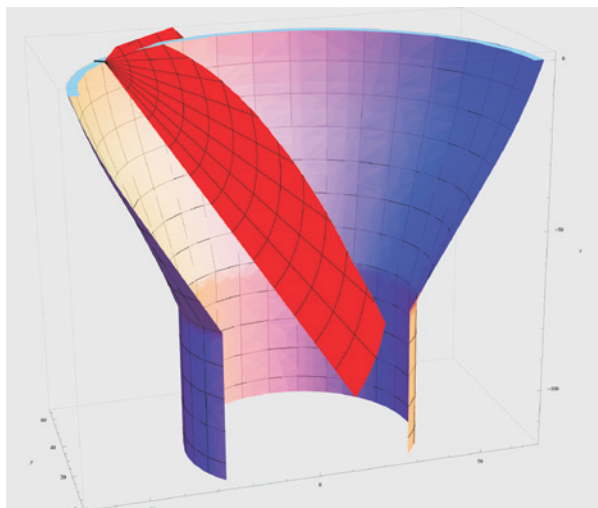


Abb. 10: Einmessung der Stundenlinien (Modell). © Savoie/EDF

in dem die Stundenebene die Mauerkante berührt. Dort wird der Laser-Pointer aufgestellt. Man berechnet nun für die zugehörige Uhrzeit die Richtung der Sonnenstrahlen an den verschiedenen Tagen des Jahres und stellt den Laser in der rot gezeichneten Stundenebene genau auf diese Richtung ein (schwarze Linien, die von links oben weglafen). Die Stellen, die der Laser auf der Staumauer markiert, ergeben die Stundenlinie.

Abb. 11 lässt ein wenig die Schwierigkeit erkennen, die Stundenlinien auf dem Staudamm zu markieren. Für die Vormittagsstunden wurden ockerfarbene Tafeln verwendet, für die Nachmittagsstunden grüne. Die Montage dieser recht großen Platten war sicher keine Kleinigkeit. Alle Platten zusammen wiegen immerhin ungefähr 2,5 Tonnen.



Abb. 11: Stundenmarkierung an der Staumauer. © Savoie/EDF

Quellen:

- Sonderegger, Helmut: Sonnenuhren auf Zylinderoberflächen. In Rundschreiben 37, S. 3-7.
 Baillet, Gérard: Cadran solaire sur un barrage. Cadran Info Nr. 19, S. 14 ff.
 Baillet, Gérard: Cadran cylindrique, sans style. Cadran Info Nr. 20, S. 9 ff. und Cadran Info 23, S. 19 ff.
 Savoie, Denis: Les cadrans solaires à corniche. Cadran Info Nr. 19, S. 19 ff. (allg. Untersuchung ü. neuen Typ)
 Savoie, Denis: Le Cadran solaire du barrage de Castillon. Cadran Info 20, S. 56 ff.
 Savoie, Denis: Les Cadrans solaires à chapeau. Cadran Info 22, S. 72 ff.
 Vial, Alexandre: Théorie du cadran à chapeau. Cadran Info 20, S. 110 ff.
 Vial, Alexandre: Cadran à chapeau à tronc conique. Cadran Info 23, S. 124 ff.
 Der Autor dankt Gérard Baillet, Denis Savoie, Nicola Severino, Alexandre Vial und EDF für die Überlassung von Modellbildern und Fotos und für die Zustimmung zur Veröffentlichung.

In Abb. 12 erkennt man gut die Balustrade der Stau-mauerkrone. Sie ist Schattenzeiger (und nicht der unter der Mauerkrone erkennbare Rundgang mit Geländer!). Die Schattengrenze und grünen Markierungen der Stundenlinien für den Nachmittag sind deutlich zu erkennen, die ockerfarbenen Stundenlinien für den Vormittag sind in diesem Bild nicht so gut sichtbar. Die Sonnenuhr zeigt 9:00 Uhr vormittags. Der eingezeichnete Pfeil weist auf die Stelle, wo die ockerfarbene Stundenlinie vom Schatten be-

rührt wird. Zum Vergleich daneben das Ergebnis für die gleiche Uhrzeit im Modell von Baillet (Abb. 13). Die blau-roten Strahlen im Modell deuten die Laserstrahlen an, mit denen die 15-Uhr-Linie markiert wird.

Am Nachmittag wächst der Schatten von links her in die Staumauer hinein. Abb. 14 zeigt den Schattenverlauf etwas vor 13 Uhr. Die Schattenkurve dürfte die grüne Stundenlinie etwa bei der rotbraunen Pfeilmarke berühren.



Abb. 12 und 13: Die Sonnenuhren zeigen 9 Uhr. © Savoie/EDF, © G. Baillet



Abb. 14: Die Sonnenuhr auf der Staumauer zeigt kurz vor 13 Uhr. © Savoie/EDF