

KEPLERUHR

<http://kepleruhr.at> - N 48° 14' 6,7" O 13° 50' 1,3"

Gnomon als Hohlkugel mit Spiegel und Schlitz

Kurt Niel¹

Die große vertikale ebene Sonnenuhr in Grieskirchen (Oberösterreich) weist eine Hohlkugel mit Durchmesser 300 mm als Gnomon auf (siehe Abb. 1). Diese ist seitlich mit zwei Spiegeln bestückt, die das fallweise aus Norden einfallende Sonnenlicht auf die dann noch schattige Wand wirft. Zusätzlich hat die Hohlkugel einen 20 mm breiten durchgehenden Schlitz am Südmeridian, welcher die genaue Bestimmung des Süddurchganges der Sonne ermöglicht.

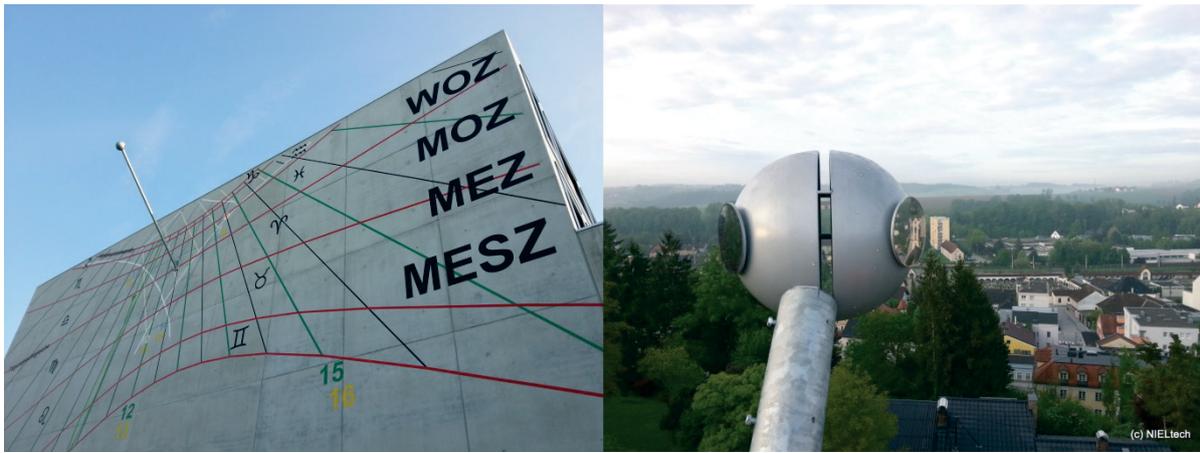


Abb. 1: KEPLERUHR: li. Morgenspiegelung am 8.7.2013 um MESZ 7:30 Uhr; re. Gnomon, Durchmesser 300 mm, mit Schlitz 20 mm am Südmeridian

Im April 2012 wurde die Idee der Kepleruhr vom Autor dem Gemeinderat der Stadt Grieskirchen vorgetragen, im Winter 2012 erfolgte die Montage des Gnomons. Rechtzeitig vor der Sonnenwende wurde die Sonnenuhr im Juni 2013 fertig gestellt. Die große Zeitverzögerung ergab sich mangels Sonnentage im ersten Halbjahr 2013, die zur Kalibrierung notwendig waren.

Umfangreiche Informationen sind auf der angegebenen Homepage des Projekts zu finden. Auf zwei Merkmale wird hier besonders eingegangen:

- Die Spiegelfunktion sowie
- der Südmeridianschlitz.

Spiegelfunktion

Jeweils Richtung Osten und Westen sind am Gnomon seitlich kreisförmige Spiegel mit einem Durchmesser von 100 mm angebracht. Dadurch gelangen zu Morgen- und Abendstunden Sehstrahlen über diese Spiegel auf das Ziffernblatt. Zur Sommersonnenwende geht die Sonne Nordöstlich (Azimut 52,8 °) um MESZ 5:10 Uhr auf und Nordwestlich (Azimut 307,2 °) um MESZ 21:09 unter. Hier ist die Ablesemöglichkeit über den Schattenwurf des Gnomons von MESZ 10:27 Uhr bis 17:10 Uhr, also lediglich 6:43 Stunden der Tageslänge von 15:59 Stunden. Die weitere Ablesemöglichkeit ist über die Morgenspiegelung kann zwischen

¹ Prof.(FH) DI. Kurt Niel; Professor an der FH OÖ, Fakultät für Technik und Umweltwissenschaften, Wels und Fachbereichsleiter Mess- und Regelungstechnik; Spezialthema Industrielle Bildverarbeitung; Inhaber Fa. NIELtech; Gemeinderat der Stadt Grieskirchen

Sonnenaufgang um MESZ 5:10 Uhr und 12:04 Uhr und über die Abendspiegelung zwischen MESZ 13:59 Uhr und Sonnenuntergang um 21:09 Uhr gegeben. Damit ist die KEPLERUHR eine Ganztagssonnenuhr.

Die Berechnung der Schattenpositionen auf der Wand basiert auf Sonnenstandtabellen (Azimut/Höhe) zu bestimmten WOZen. Diese wird mit bekannter Wandabweichung WO sowie bekanntem horizontalem Gnomon-Abstand von der Wand mittels Strahlensätzen bewerkstelligt. Auf diesen Rechenschritt wird hier nicht eingegangen, sondern auf frühere Artikel dieser Zeitschriftenreihe verwiesen.

Hier wird der Rechenschritt für die Spiegelfunktion erläutert. Zur Veranschaulichung dient dabei Abb. 2, die Rechenschritte sind in Abb. 3.

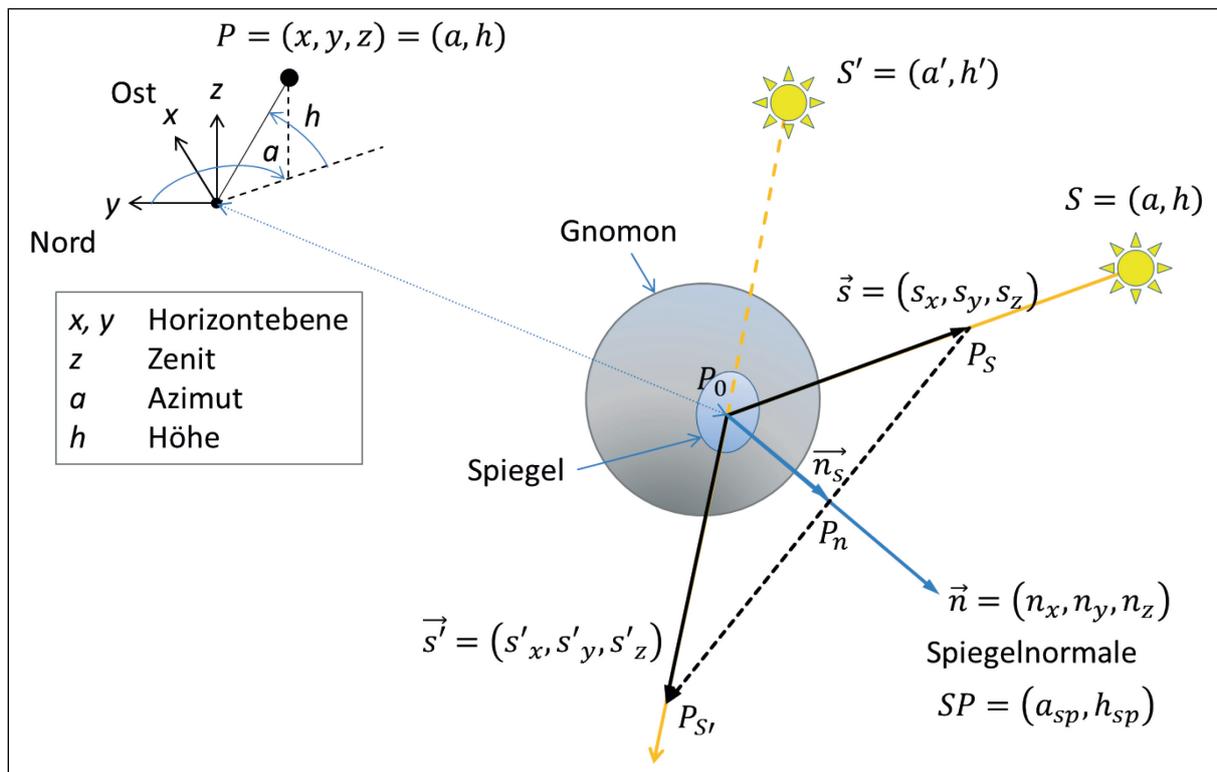


Abb. 2: Skizze Spiegel, Sonnenstand, Koordinatensystem

Die Sonne S mit Azimut a (horizontaler Winkel von N weg über O positiv gezählt) und Höhe h (vertikaler Winkel vom Horizont Richtung Nordzenit positiv gezählt) wird über den Spiegel (Spiegelnormale) auf die Wand reflektiert. Der Richtungsvektor \vec{s} vom Spiegel zur Sonne wird über die Spiegelnormale \vec{n} (bzw. \vec{n}_s als Projektion von \vec{s} auf die Spiegelnormale) auf den Richtungsvektor \vec{s}' gespiegelt. Damit wird Azimut a' und Höhe h' des Spiegelbildes der Sonne S' errechnet.

Richtungsvektor \vec{s} aus Azimut, Höhe der Sonne:	Spiegelnormale \vec{n} aus Azimut, Höhe des Spiegels:	\vec{n}_s als Projektion \vec{s} auf \vec{n} also $\vec{n}_s = \lambda \vec{n}$ mit λ aus Skalarproduktregel:
$s_x = \sin a \cos h$ $s_y = \cos a \cos h$ $s_z = \sin h$	$n_x = \sin a_{sp} \cos h_{sp}$ $n_y = \cos a_{sp} \cos h_{sp}$ $n_z = \sin h_{sp}$	$\vec{s} \cdot \vec{n} = \vec{n}_s \cdot \vec{n} = \lambda \vec{n} \cdot \vec{n}$ $\lambda = \frac{\vec{s} \cdot \vec{n}}{\vec{n} \cdot \vec{n}} =$ $= \frac{s_x n_x + s_y n_y + s_z n_z}{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$
Vektoraddition:	Daraus Richtungsvektor \vec{s}' :	Daraus Azimut und Höhe der gespiegelten Sonne:
$\vec{s}' = \vec{s} + \overrightarrow{P_s P_n} + \overrightarrow{P_n P_{s'}} =$ $= \vec{s} + 2(-\vec{s} + \vec{n}_s) =$ $= \vec{s} - 2\vec{s} + 2\vec{n}_s =$ $= 2\vec{n}_s - \vec{s}$	$s'_x = 2\lambda n_x - s_x$ $s'_y = 2\lambda n_y - s_y$ $s'_z = 2\lambda n_z - s_z$	$a' = \arctan \frac{-s'_y}{-s'_x}$ $h' = \arcsin -s'_z$

Abb. 3: Herleitung Azimut, Höhe der gespiegelten Sonne

Daraus lässt sich wiederum über die bekannte Schattenprojektion die Position der Spiegelung auf der Wand errechnen.

Zur Kalibrierung der Kepleruhr wurde die Variante Modellrechnung mit Parameterangleich (zehn Parameter: Wandabweichung WO, lotrechter Gnomonabstand zur Wand sowie die Spiegelazimut und -höhe und lotrechter Spiegelabstand und seitlicher Versatz für Morgen- und Abendspiegel) zur Minimierung der Abweichung von Rechnung und Messung gewählt. Es ergab sich eine Abweichung zwischen Messung und Modellrechnung von im Mittel etwa 23 mm über den gesamten Wandverlauf (Breite 24.000 mm, Höhe 8.000 mm), was als ausreichend genau erscheint.

Südmeridianschlitz

Die Kugel weist im Süd-Nord-Meridian einen durchgängigen Schlitz mit einer Breite von 20 mm auf. Dadurch kann WOZ 12:00:00 sehr genau abgelesen werden, weil dabei die Sonne nur im Bereich +/- 10 Min. durch den Schlitz den Kugelschatten in einer Linie bricht.

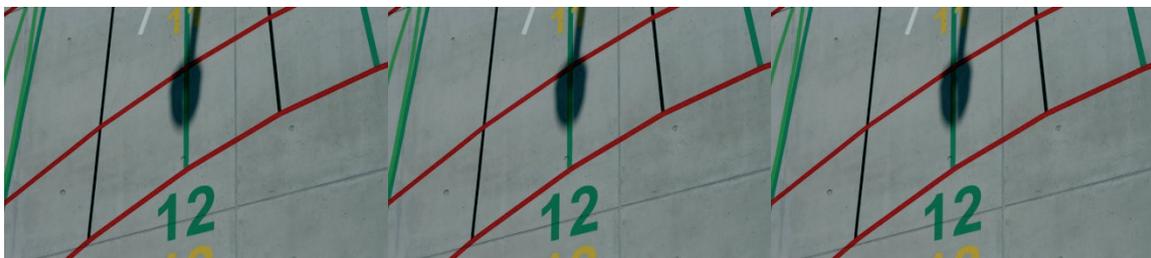


Abb. 4: Spaltgang jeweils 30 Sek. versetzt

Aus Abb. 4 kann abgeschätzt werden, dass dabei der tatsächliche Zeitpunkt WOZ 12:00 Uhr mittels der Sonnenuhr auf +/-15 Sek. genau abgelesen werden kann, d.h. gemäß der drei um jeweils 30 Sek. Versatz entstandenen Bilder eine eindeutige Zuordnung vor / genau / nach WOZ 12:00 Uhr getroffen werden kann.

Akustischer Nebeneffekt

Dieser Schlitz in der Hohlkugel hat noch ein weiteres Phänomen hervorgerufen: Bei bestimmten Windverhältnissen gibt diese Töne von sich. Aus eigener Erfahrung des Autors sowie aus Gesprächen mit Ohrenzeugen, insbesondere mit der Schwester und Musikerin, konnte der Tongenerator als $\frac{1}{4}$ - λ -Schwinger mit entsprechenden Tonreihen identifiziert werden: Es gab u.a. die Töne Es' (311 Hz) sowie G' (392 Hz) von sich. Das bedeutet mit den Abmessungen der Hohlkugel (Durchmesser 300 mm) die Entstehung einer auf der einen Seite eingespannten (Innenwand) und auf der anderen Seite offenen (Schlitz) Schwingung. Bei der Schallgeschwindigkeit von $v = 330$ m/s und der Wellenlänge $\lambda = 4 \times \text{Durchmesser} = 1,2$ m beträgt die Grundfrequenz $f = 225$ Hz. Dieses Geräusch könnte mittels Steinwolle oder PU-Schaum an der Innenwand gemindert werden, ohne den Sichtspalt zu verlieren.

Technische Daten

<i>KEPLERUHR Technische Daten</i>		http://kepleruhr.at
Typ	Vertikale ebene Ganztagssonnenuhr	
Standort	Grieskirchen, Oberösterreich Südwand am Neuen Schulzentrum	
Koordinaten	Nord 48° 14' 6,7"; Ost 13° 50' 1,3"	
Seehöhe	378 m	
Wandabweichung	West 9,31 °	
Ziffernblatt	Breite 24 m; Höhe 8 m Stunden- und Halbstundenlinien für Schattengang Analemma bei MEZ 11:00:00 Uhr Stundenlinien für Spiegelgänge Morgen/Abend Tierkreislinien und Tierkreiszeichen	
Gnomon	Kugel Durchmesser 300 mm Südmeridianschlitz 20 mm	
Gnomonposition	Horizontalabstand zur Wand 3.328 mm Vertikal auf Wandoberkante (Flachdach)	
Gnomonspiegel	Morgen(Ost)- und Abend(West)spiegel jeweils Durchmesser 100 mm	
Gnomonspiegelnormale	Morgenspiegel: Azimut 60,26 °; Höhe -1,13 ° Abendspiegel: Azimut 305,57 °; Höhe -0,30 ° (Azimut Nord = 0 °)	